**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Методы оптимизации и исследование операций

Optimisation Methods and Operations Research

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 5

Регистрационный номер рабочей программы: 003711

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Дисциплина дает подход к решению экстремальных задач, возникающих в различных разделах математики и информатики, и предлагает ряд конкретных алгоритмов их решения. Изучаются математические методы непрерывной и дискретной оптимизации, постановка основных задач оптимизации, общие и специальные методы их решения.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Дисциплина «Методы оптимизации и исследование операций» изучается на третьем курсе после изучения основных курсов фундаментальной математики и курса «Дискретная математика». Предполагается знакомство обучающихся с основами математического анализа, линейной алгебры, высшей геометрии.

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Наименование категории (группы) компетенций | Код и наименование компетенции | Планируемые результаты обучения, обеспечивающие формирование компетенции | Код индикатора и индикатор достижения универсальной компетенции |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | Общепрофессиональные компетенции | ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности. | представлять круг решаемых задач, уметь применять изученную методику, учитывать сложности и особенности практической реализации методов, входящих в программу курс | ОПК-1.1 Уметь идентифицировать возможные проблемы и пути их решения |

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Практические занятия - 10 ак. ч.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 6 | 30 |  | 2 | 30 |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 79 |  | 37 |  | 10 | 5 |
|  | 2-40 |  | 2-25 | 2-25 |  |  |  |  | 2-25 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 30 |  | 2 | 30 |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 79 |  | 37 |  |  | 5 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 6 |  |  | экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№ п.п.** | **Наименование темы (раздела, части)** | **Вид учебных занятий** | **Кол-во часов** |
| 1 | Тема 1. Линейное программирование | лекции | 12 |
| практические занятия | 16 |
| по методическим материалам | 25 |
| 2 | Тема 2. Теория игр | лекции | 6 |
| практические занятия | 4 |
| по методическим материалам | 15 |
| 3 | Тема 3. Нелинейное программирование | лекции | 6 |
| практические занятия | 8 |
| по методическим материалам | 39 |
| 4 | Тема 4. Векторная оптимизация | лекции | 6 |
| практические занятия | 2 |

Тема 1 Линейное программирование

. Двойственные задачи линейного программирования.

Неравенство значений целевых функций в двойственных задачах.

Достаточные условия оптимальности. Условия дополнительности.

Задача линейного программирования в канонической форме. Сведение к ней. Эквивалентность двойственной задачи и задачи, двойственной к канонической.

Первая теорема двойственности для задачи в канонической форме.

Первая теорема двойственности. Вторая теорема двойственности.

Базисные векторы. Теорема о существовании оптимального базисного плана в канонической задаче. 4 возможных случая для прямой и двойственной задач линейного программирования.

Графический метод решения задачи с двумя ограничениями. Симплекс-метод для невырожденной задачи. Постановка сетевой транспортной задачи. Сведение к задаче линейного программирования. Невырожденность для транспортной задачи. Решение сетевой транспортной задачи методом потенциалов..

**Тема 2. Теория игр**

Игра n лиц в нормальной форме. Ситуации равновесия по Нэшу.

Антагонистические игры. Свойства ситуаций равновесия в антагонистических играх.

Теорема о минимаксе. Значение игры.

Примеры отсутствия свойств антагонистических игр в неантагонистических.

Смешанное расширение игры в нормальной форме. Теорема фон Неймана.

Решение матричных игр с помощью линейного программирования. Конструктивное доказательство теоремы фон Неймана.

Приемы решения матричных игр (леммы об угадывании, о спектре, о доминировании).

Аксиоматика Вилкаса значения матричной игры.

**Тема 3. Нелинейное программирование**

Условие оптимальности для задач с дифференцируемой целевой функцией и линейными ограничениями. Случай выпуклой целевой функции. Задачи квадратичного программирования.

Функция Лагранжа для задач с ограничениями в виде неравенств и равенств. Ее связь с задачей оптимизации. Нахождение седловой точки функции Лагранжа. Теорема Куна-Таккера.

Равновесие Вардропа для стационарных транспортных потоков.

**Тема 4. Векторная оптимизация**

Постановка задачи. Парето-оптимальные и слабо Парето-оптимальные точки.

Параметрическое описание множества слабо Парето-оптимальных точек. Теоремы Гермейера и Карлина-Гурвича. Примеры существенности условий Карлина-Гурвича.

Арбитражная схема Нэша. Случай отсутствия симметрии.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Успешное освоение дисциплины возможно благодаря посещению лекций, чтению специальной литературы, посещению практических занятий и самостоятельному решению на практических занятиях индивидуальных задач по курсу.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Предусматривается изучение литературы из списка основной и дополнительной литературы, консультации преподавателя, самостоятельное решение вне аудитории дополнительных задач.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

Текущий контроль успеваемости состоит в регулярном проведении на практических занятиях самостоятельных работ с индивидуальными заданиями учащихся.

Общая аттестация складывается из следующих компонентов:

* Итоги текущего контроля (решение индивидуальных заданий).
* Итоговый экзамен (ответы на вопросы и решение задач).
* Для получения положительной оценки на экзамене необходимо выполнить в течение семестра все выданные преподавателем индивидуальные задания (решить задачи). Невыполненное к началу экзамена задание необходимо выполнить на экзамене перед началом опроса.
* Оценка «отлично» (A по системе ECTS) ставится, если обучающийся выполнил все индивидуальные задания, дал сразу исчерпывающие ответы на все поставленные вопросы, ответил на вопросы билета со всеми доказательствами и решил дополнительную задачу повышенной трудности.
* Оценка «хорошо» (B по системе ECTS) ставится, если обучающийся выполнил все индивидуальные задания, дал сразу исчерпывающие ответы на все поставленные вопросы, ответил на вопросы билета со всеми доказательствами, но не решил дополнительную задачу повышенной трудности.
* Оценка «хорошо» (C по системе ECTS) ставится, если обучающийся выполнил все индивидуальные задания, дал ответы на все поставленные вопросы, ответил на вопросы билета со всеми доказательствами с помощью преподавателя, и не стал решать дополнительную задачу повышенной трудности.
* Оценка «удовлетворительно» (D по системе ECTS) ставится, если обучающийся выполнил все индивидуальные задания, дал ответы на все поставленные вопросы, но не смог привести доказательств теорем из билета.
* Оценка «удовлетворительно» (E по системе ECTS) ставится, если обучающийся выполнил все индивидуальные задания, дал ответы на 70% поставленных вопросов и не смог доказать теорему из билета.
* Оценка «неудовлетворительно» (F по системе ECTS) ставится, если обучающийся или не выполнил всех индивидуальных заданий или не смог ответить на 70% вопросов, касающихся основных определений и формулировок.

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

**Примерный список задач на практических занятиях**

Написать двойственную задачу.

Написать каноническую задачу по заданной задаче линейного программирования.

Решение задачи с 2 ограничениями, пользуясь условиями дополнительности.

Решение задачи линейного программирования с 2 ограничениями симплекс-методом.

Решение задачи линейного программирования с 3 ограничениями симплекс-методом.

Решение сетевой транспортной задачи методом потенциалов.

Решение задачи с выпуклой дифференцируемой целевой функцией и линейными

ограничениями при 4 переменных.

Решение задачи с выпуклой дифференцируемой целевой функцией и нелинейными ограничениями при 4 переменных.

Написать задачи линейного программирования для решения матричной игры (4х4).

Решить 2 матричных игры (4х4), пользуясь специальными приемами.

Найти множества Парето-оптимальных и слабо Парето-оптимальных точек при

линейных целевых функциях на плоскости.

Найти решение Нэша для арбитражной схемы с 2 переменными.

**Примерный краткий перечень вопросов к экзамену.**

Часть 1. Линейное программирование.

1. Двойственные задачи линейного программирования.

2.Неравенство значений целевых функций в двойственных задачах.

3. Достаточные условия оптимальности. Условия дополнительности.

4. Теоремы об отделимости выпуклых множеств (формулировки).

5. Лемма Фаркаша с доказательством.

6. Задача в канонической форме. Сведение к ней. Эквивалентность двойственной задачи и задачи, двойственной к канонической.

7. Первая теорема двойственности для задачи в канонической форме.

8. Первая теорема двойственности.

9. Вторая теорема двойственности.

10. Базисные векторы. Теорема о существовании оптимального базисного плана.

11. 4 возможных случая для прямой и двойственной задач линейного программирования.

12. Графический метод решения задачи с двумя ограничениями.

13. Нахождение базисного плана в канонической задаче.

14. Условие невырожденности в симплекс-методе.

15. Проверка базисного плана на оптимальность

16. Переход к новому плану в случае отсутствия оптимальности. Почему получается снова базисный план?

17. Итеративные формулы пересчета в симплекс-методе.

18. Обоснование сходимости симплекс-метода в невырожденном случае.

19. Постановка сетевой транспортной задачи. Сведение к задаче линейного программирования. Невырожденность для транспортной задачи.

20. Базисные планы для невырожденной транспортной задачи.

21. Нахождение базисного плана в невырожденной транспортной задаче.

22. Проверка плана транспортной задачи на оптимальность методом потенциалов.

23. Перестройка плана транспортной задачи в случае неоптимальности. Почему новый план – базисный?

24. Использование «правильной» нумерации вершин и дуг дерева в транспортной задаче.

25. Обоснование сходимости метода потенциалов для транспортной задачи в невырожденном случае.

Часть 2. Теория игр

26. Игра n лиц в нормальной форме. Ситуации равновесия по Нэшу.

27. Антагонистические игры. Свойства ситуаций равновесия в антагонистических играх.

28. Теорема о минимаксе. Значение игры.

29. Примеры отсутствия свойств антагонистических игр в неантагонистических.

30. Смешанное расширение игры в нормальной форме. Теорема фон Неймана.

31. Решение матричных игр с помощью линейного программирования. Конструктивное доказательство теоремы фон Неймана.

32. Приемы решения матричных игр (леммы об угадывании, о спектре, о доминировании).

33. Аксиоматика Вилкаса значения матричной игры.

Часть 3. Нелинейное программирование.

34. Необходимое условие оптимальности для задач с дифференцируемой целевой функцией и линейными ограничениями.

35. Необходимое и достаточное условие оптимальности для задач с дифференцируемой выпуклой целевой функцией и линейными ограничениями.

36. Функция Лагранжа для задач с ограничениями в виде неравенств и равенств. Ее связь с задачей оптимизации.

37. Описание седловой точки функции Лагранжа.(Глобальная оптимальность)

38. Теорема Куна-Таккера. (Когда решение – часть седловой точки функции Лагранжа? )

39. Пример, когда решение существует, но не находится с помощью функции Лагранжа.

Часть 4. Векторная оптимизация

40. Постановка задачи. Парето-оптимальные и слабо Парето-оптимальные точки.

41. Параметрическое описание множества слабо Парето-оптимальных точек. Теоремы Гермейера и Карлина-Гурвича. Примеры существенности условий Карлина-Гурвича.

42. Арбитражная схема Нэша. Случай отсутствия симметрии.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Код индикатора и индикатор достижения универсальной компетенции | Контрольно-измерительные материалы (КИМ) (тестовые вопросы, контрольные задания, кейсы и пр.) |
|  | 1 | 2 |
| 1 | ОПК-1.1 Уметь идентифицировать возможные проблемы и пути их решения | ответы на оба вопроса на экзамене, ответы на дополнительные теоретические вопросы и практические задания независимо оцениваются по шкале от 0 (нет ответа/не сделано) до 10 (очень хорошо), далее оценка усредняется. Результат переводится в диапазон от 0 до 100. |

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса применяется анкетирование в соответствии с методикой и графиком, утвержденными в установленном порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К чтению лекций и проведению семинаров привлекаются преподаватели, имеющие базовое образование и ученую степень, соответствующую профилю преподаваемой дисциплины.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Не требуется.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные стандартным оборудованием, используемым для обучения в СПбГУ в соответствии с требованиями материально-технического обеспечения

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Стандартное оборудование, используемое для обучения в СПбГУ. MS Windows, MS Office, Mozilla FireFox, Google Chrome, Acrobat Reader DC, WinZip, Антивирус Касперского

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не требуется.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не требуется.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Канцелярские товары в объеме, необходимом для организации и проведения занятий по заявкам преподавателей, подаваемым в установленные сроки, доступ преподавателя и обучающихся в компьютерные классы.

**3.4. Информационное обеспечение**

1 Малоземов В.Н. (ред.) Избранные лекции по экстремальным задачам. – СПб: Изд-во ВВМ, 2017. Мм – 82 экз.

2 Ржевский С. В. Исследование операций. – СПб: Лань, 2013. Мм – 2 экз.; Пм -3 экз. + ЭБС «Лань» по подписке СПбГУ: https://proxy.library.spbu.ru:2279/book/32821

3. Ашманов С. А. Линейное программирование. - М., 1981. Мм – 15 экз.  
  
4. Гавурин М. К., Малозёмов В. Н. Экстремальные задачи с линейными ограничениями. Л., 1984. Мм – 75 экз.  
  
5. Даугавет В. А. Численные методы квадратичного программирования. - СПб, 2004. Мм – 89 экз.  
  
6. Заславский Ю. Л. Сборник задач по линейному программированию. - М., 1969. Мм – 13 экз.

7. Карманов В.Г. Математическое программирование. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004-2008. Мм – 20 экз. + ЭБС «Лань» по подписке СПбГУ: https://proxy.library.spbu.ru:2279/book/59532  
  
8. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. Мм – 11 экз. + ЭБС «Лань» по подписке СПбГУ: https://proxy.library.spbu.ru:2279/book/48191

9. Сайт Научной библиотеки им. М. Горького СПбГУ: <http://www.library.spbu.ru/>

10. Электронный каталог Научной библиотеки им. М. Горького СПбГУ: <http://www.library.spbu.ru/cgi-bin/irbis64r/cgiirbis_64.exe?C21COM=F&I21DBN=IBIS&P21DBN=IBIS>

11. Перечень электронных ресурсов, находящихся в доступе СПбГУ: <http://cufts.library.spbu.ru/CRDB/SPBGU/>

12. Перечень ЭБС, на платформах которых представлены российские учебники, находящиеся в доступе СПбГУ: <http://cufts.library.spbu.ru/CRDB/SPBGU/browse?name=rures&resource%20type=8>

**Раздел 4. Разработчики программы**

доцент кафедры исследования операций Наумова Наталия Ивановна   
nataliai.naumova@mail.ru